R-16

Code:3083

**Faculty of Sciences**

**B.Sc (Mathematics) II-Year, CBCS –III Semester Examinations 2018-19**

**PAPER: Real Analysis**

Time: 3 Hours

Max Marks: 80

## Section-A

I. Answer any FIVE of the following questions (5x4=20 Marks)

1. S.T every convergent sequence is bounded.
2. Find whether the sequence $S_n = \frac{2n-1}{n+3}$ is increasing or decreasing. Is this sequence bounded?
3. For the sequence $S_n = n(1+(-1)^n)$ find lim inf and lim sup
4. Show that the series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$ is conditionally convergent.
5. Find the Radius of convergence of the power series $\sum \frac{2^n}{n!} x^n$.
6. Discuss the convergence of the sequence of functions $f_n(x) = \frac{x^n}{n+x^n}$ for $x \geq 0$.
7. Define i. upper Riemann integral and lower Riemann integral, ii. Norm.
8. $Let\ f(x) = x, \quad p = \{0, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, 1\}$ find $L(f,p), \quad U(f,p)$.

## Section-B

II. Answer the following questions (4x15=60 Marks)

9. (a) i) A sequence is convergent sequence iff it is a Cauchy sequence.

   ii) Show that the sequence $S_n = (1+\frac{1}{n})^n$ is convergent

   (OR)

   (b) i) State and prove squeeze theorem.

   ii) $if\ a_n = 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} \dots\dots + \frac{1}{n!}$ then prove that $\{a_n\}$ is a Cauchy sequence in R.

10. (a) i) Test the convergence of the series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n(n+1)(n+2)}$

   ii) Test the convergence of the series $\sum_{n=0}^{\infty} 2^{(-1)^n - n}$

   (OR)

   (b) i) Test the convergence of the series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^3}$

   ii)Test the convergence of the series $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\log n)^p}$

11.(a) i) Find the Radius of convergence and exact interval of convergence of the series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$

ii) Show that $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n(1+nx^2)}$ is uniformly convergent on any interval $[a, b]$, $a>0$

(OR)

(b) i) Show that the sequence $f_n(x) = n^2x^n\ (1-x)\ for\ x \in [0,1]$ does not converge uniformly.

ii) Show that $\sum \frac{cosnx}{n^2}$ is uniformly convergent on R.

12.(a) i) A Bounded function f on [a, b] is integrable iff $\forall \in > 0$ $\ni$ a partition p of [a, b ] such that U(f, p) – L (f, p) < ∈

ii) $f(x) = k, \forall x \in [a, b]$ show that f is integrable and $\int_a^b f(x)dx = k\ (b - a)$.

(OR)

(b) i) State and prove fundamental theorem of calculus.

ii) Every monotonic function f on [a, b] is integrable.

*****

R-16

Code:3083

**Faculty of Sciences**

**B.Sc (Mathematics) II-Year, CBCS –III Semester Examinations 2018-19**

**PAPER: Real Analysis**

Time: 3 Hours | Max Marks: 80

**విభాగం - ఎ**

I. ఈ క్రింది ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి (5x4=20 Marks)

1. అభిసరించే ప్రతి అనుక్రమము పరిబద్ధం అని చూపండి.

2. $S_n = \frac{2n-1}{n+3}$ అనుక్రమం అరోహణమా? అవరోహణమా పరిబద్ధమం నిర్ణయించండి.

3. $S_n = n\,(1+(-1)^n)$ అనుక్రమానికి నిమ్న అవధి, ఉన్నతి అవధి కనుక్కోండి.

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$ శ్రేణి పాక్షిక అభిసరణ శ్రేణి అని చూపండి.

5. ఘాత శ్రేణి $\sum \frac{2^n}{n!}\ x^n$ యొక్క అభిసరణ వ్యాసార్ధను కనుక్కోండి.

6. $x \geq 0$ కు $f_n(x) = \frac{x^n}{n+x^n}$ అనే ప్రమేయానుక్రమం యొక్క అభిసరణను పరిశీలించండి.

7. i) ఎగువ రేమన్ సముకలని మరియు దిగువ రేమాన్ సమాకలని ii) నార్మ్ ను నిర్వచించండి.

8. $f(x) = x,\ \ p = \{0, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, 1\}$ అయితే $L(f,p),\ U(f,p)$ ను కనుక్కోండి.

**విభాగం - బి**

II. ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి. (4x15=60 Marks)

9. (a) i) ఒక వాస్తవ అనుక్రమము అభిసరించడానికి అది కోషి అనుక్రమము కావడము తుల్యము అని చూపండి.

ii) $S_n = (1+\frac{1}{n})^n$ అనుక్రమము అభిసరిస్తుందని చూపండి.

(లేదా)

(b) i) చొప్పింపు అనుక్రమ సిద్ధాంతము (Squeeze Theorem) ను వ్రాసి నిరూపించండి.

ii) $a_n = 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} \ldots\ldots + \frac{1}{n!}$ అనుక్రమము కోషి అనుక్రమము అని చూపండి.

10.(a) i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n(n+1)(n+2)}$ శ్రేణి అభిసరిస్తుందో లేదో పరీక్షించండి.

ii) $\sum_{n=0}^{\infty} 2^{(-1)^n - n}$ శ్రేణి అభిసరణతను పరీక్షించండి.

(లేదా)

(b) i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^3}$ శ్రేణి అభిసరణతను పరీక్షించండి.

ii) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\log n)^p}$ శ్రేణి అభిసరణతను పరీక్షించండి.

11. (a) i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ ఘాత శ్రేణి యొక్క అభిసరణ వ్యాసార్థంను, కచ్చిత అభిసరణ అంతరంను కనుక్కోండి.

ii) శ్రేణి $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n(1+nx^2)}$ అంతరము [a, b] పై (a>0) ఏకరూప అభిసరణ చెందుతుంది అని చూపండి.

(లేదా)

(b) i) $x \in [0,1]$ కు $f_n(x) = n^2x^n\ (1-x)$ ఏకరూప అభిసరణ చెందదు అని చూపండి.

ii) $\sum \frac{\cos nx}{n^2}$ శ్రేణి R పై ఏకరూప అభిసరణ చెందుతుంది అని చూపండి.

12.(a) i) [a, b] మీద పరిబద్ధ ప్రమేయము f సమాకలనీయము కావడానికి ఆవశ్యక పర్యాప్తక నియమము ప్రతి

$\in > 0$, కి అనుగుణంగా U(f, p) − L (f, p) < $\in$ అయ్యేటట్లు [a, b ]కు ఒక విభజన

P వ్యవస్థితమవుతుంది అని చూపండి.

ii) [a,b] పై నిర్వచితమైన ప్రతి స్థిర ప్రమేయం $f(x) = k$, $[a, b]$ పై సమాకలనీయము అని చూపండి.

$\int_a^b f(x)dx = k\ (b-a)$ అని చూపండి.

(లేదా)

(b) i) సమాకలన మూల సిద్ధాంతాన్ని వ్రాసి నిరూపించండి.

ii) [a, b] పై ప్రతి ఏకదిష్ట ప్రమేయము సమాకలనీయము అని చూపండి.

****