

Faculty of Science
B.Sc (Mathematics) II-Year, CBCS –IV Semester Regular/Backlog
Examinations –January, 2021
PAPER: ALGEBRA

Time: 2 Hours

Max Marks: 80

- I. Answer any **FOUR** of the following questions (4x20=80 Marks)
1. Show that every subgroup of a cyclic group is cyclic.
 2. G is a group, a is an element in G with order n , k is a positive integer then show that $\langle a^k \rangle = \langle a^{\gcd(n,k)} \rangle$, $|a^k| = \frac{n}{\gcd(n,k)}$.
 3. Show that every group is isomorphic to a group of permutations.
 4. State and prove Orbit – Stabilizer theorem.
 5. If d is an integer show that $Z(\sqrt{d}) = \{a + b\sqrt{d} : a, b \in Z\}$ is an Integral Domain.
 6. Let R be a commutative ring with unity and let A be an ideal of R then show that R/A is an Integral Domain if and only if A is Prime.
 7. Let ϕ be a ring homomorphism from a ring R to a ring S , then the mapping from $\frac{R}{\ker\phi}$ to $\phi(R)$, given by $r + \ker\phi \rightarrow \phi(r)$ is an Isomorphism.
 8. Show that if D is an Integral Domain, $D[x]$ is also an Integral Domain.

Faculty of Science
B.Sc (Mathematics) II-Year, CBCS –IV Semester Regular/Backlog
Examinations –January, 2021
PAPER: ALGEBRA

Time: 2 Hours

Max Marks: 80

I. ఈ క్రింది ఏవైనా నాలుగు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి.

(4x20=80 Marks)

1. చక్రీయ సమూహము యొక్క ప్రతి ఉపసమూహము చక్రీయము అని చూపండి.
2. G ఒక సమూహం, $a \in G$, a యొక్క తరగతి n , k ఒక ధన పూర్ణసంఖ్య అయితే $\langle a^k \rangle = \langle a^{\text{gcd}(n,k)} \rangle$, $|a^k| = \frac{n}{\text{gcd}(n,k)}$ అని చూపండి.
3. ప్రతి సమూహం ఏదో ఒక ప్రస్తార సమూహానికి తుల్యరూపం అవుతుందని చూపండి.
4. Orbit - Stabilizer సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి.
5. d ఒక పూర్ణంకం అయితే $Z(\sqrt{d}) = \{a + b\sqrt{d} : a, b \in Z\}$ ఒక పూర్ణంక ప్రదేశం అని చూపండి.
6. R ఒక తత్వమ సహిత వినిమయ వలయం, A దాని ఆదర్శం అయితే R లో A అభాజ్య ఆదర్శం కావడానికి అవశ్యక పర్యాప్త నియమం R/A ఒక పూర్ణంక ప్రదేశం కావడం అని నిరూపించండి.
7. $\theta : R \rightarrow S$ ఒక వలయ సమరూపత అయితే $\frac{R}{\ker \theta}$ నుండి $\theta(R)$ కు నిర్వచించబడిన ప్రతిసర్జనము $r + \ker \theta \rightarrow \theta(r)$ ఒక తుల్యరూపత అవుతుంది అని చూపండి.
8. D ఒక పూర్ణంక ప్రదేశం అయితే $D[X]$ కూడా ఒక పూర్ణంక ప్రదేశం అవుతుంది అని చూపండి.
