

Faculty of Science

B.Sc (Mathematics) III-Year, CBCS-V Semester Backlog Examinations -January, 2021

PAPER: LINEAR ALGEBRA

Time: 2 hours

Max Marks: 60

I. Answer any **Three** of the following questions

(3x20=60 Marks)

1. Show that an indexed set $\{\bar{v}_1, \bar{v}_2, \dots, \bar{v}_p\}$ of non zero vectors is linearly dependent if and only if some \bar{v}_j (with $j > 1$) is a linear combination of the preceding vectors

$$\bar{v}_1, \bar{v}_2, \dots, \bar{v}_{j-1}.$$

2. If H and K are two subspaces of V, show that $H \cap K$ and $H + K$ are also subspaces of V.

3. If $\bar{v}_1, \bar{v}_2, \dots, \bar{v}_n$ are eigen vectors corresponding to distinct eigen values $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ of an $n \times n$ matrix A, then show that the set $\{\bar{v}_1, \bar{v}_2, \dots, \bar{v}_n\}$ is linearly independent.

4. If $n \times n$ ordered matrices A and B are similar then show that they have same characteristic polynomial.

5. (a) let \bar{u} and \bar{v} are two vectors in R^n then show that

$$\|\bar{u} + \bar{v}\|^2 + \|\bar{u} - \bar{v}\|^2 = 2[\|\bar{u}\|^2 + \|\bar{v}\|^2]$$

- (b) Show that $\{\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3\}$ is an orthogonal set where

$$\bar{u}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \bar{u}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \bar{u}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}$$

6. Find an invertible matrix P and a diagonal matrix D such that $A = PDP^{-1}$ where

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 2 & 5 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Faculty of Science

B.Sc (Mathematics) III-Year, CBCS-V Semester Backlog Examinations -January, 2021

PAPER: LINEAR ALGEBRA

Time: 2 hours

Max Marks: 60

I. ఈ క్రింది ఏవైనా మూడు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి

(3x20=60 Marks)

1. శూన్యతర సదిశలను కలిగిన సూచికా సమితి $\{\bar{v}_1, \bar{v}_2, \dots, \bar{v}_p\}$ ఋజు అస్వతంత్రము కావడానికి అవశ్యక పర్యాప్త నియమము ఒక సదిశ \bar{v}_j ($j > 1$) దాని ముందుండే $\bar{v}_1, \bar{v}_2, \dots, \bar{v}_{j-1}$ సదిశల ఋజుసంయోగం అవుతుందని చూపండి.
2. V ఒక సదిశాంతరాళం, H మరియు K లు దాని ఉపాంతరాళాలు అయితే, $H \cap K$ మరియు $H + K$ లు కూడా దాని ఉపాంతరాళాలు అవుతాయి అని చూపండి.
3. $n \times n$ తరగతి మాత్రిక A యొక్క విభిన్న లాక్షణిక విలువలు $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, వాటి సంబంధిత లాక్షణిక సదిశలు $\bar{v}_1, \bar{v}_2, \dots, \bar{v}_n$ లు అయితే సమితి $\{\bar{v}_1, \bar{v}_2, \dots, \bar{v}_n\}$ ఋజు స్వాంతంత్ర్య సమితి అవుతుందని చూపండి.
4. $n \times n$ తరగతి మాత్రికలు A, B లు సరూప మాత్రికలు అయితే అవి ఒకే లాక్షణిక బహుపదిని కలిగి వుంటాయి అని చూపండి.
5. (a) \bar{u} మరియు \bar{v} లు R^n లోని రెండు సదిశలు అయితే

$$\|\bar{u} + \bar{v}\|^2 + \|\bar{u} - \bar{v}\|^2 = 2[\|\bar{u}\|^2 + \|\bar{v}\|^2]$$
 అని చూపుము.

(b) $\{\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3\}$ ఒక లంబ సమితి అని చూపుము. ఇచ్చట

$$\bar{u}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \bar{u}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \bar{u}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}$$
6. $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 2 & 5 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ అయితే $A = PDP^{-1}$ అయ్యేటట్లు నిలోమనీయ మాత్రిక P ను, వికల్గ మాత్రిక D ను కనుగొనుము
